

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»  
Факультет математики, информационных и авиационных технологий

Сутыркина Е.А.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«Теория вычислительной сложности»**

для студентов специальности 10.05.01  
«Компьютерная безопасность» очной формы обучения

Ульяновск, 2019

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Теория вычислительной сложности» для студентов специальности 10.05.01 «Компьютерная безопасность» очной формы обучения / составитель: Е.А.Сутыркина. - Ульяновск: УлГУ, 2019. Настоящие методические указания предназначены для студентов специалитета по специальности 10.05.01 «Компьютерная безопасность» очной формы обучения. В работе приведены литература по дисциплине, основные темы курса и вопросы в рамках каждой темы, рекомендации по изучению теоретического материала, контрольные вопросы для самоконтроля и задания для самостоятельной работы. Методические указания будут полезны студентам при подготовке к лекциям, семинарам и к зачету по данной дисциплине.

Методические указания рекомендованы к введению в образовательный процесс решением Ученого Совета ФМИиАТ УлГУ (протокол 2/19 от 19 марта 2019г.)

## Содержание

<b>1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>4</b>
<b>2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ .....</b>	<b>5</b>
<b>Раздел 1. Основы вычислимости и теории сложности. ....</b>	<b>5</b>
<b>Раздел 2. Иерархия в теории сложности.....</b>	<b>6</b>

## 1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### основная

1. Балюкевич, Э. Л. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, Л. Ф. Ковалева. — М. : Евразийский открытый институт, 2009. — 188 с. — ISBN 978-5-374-00220-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/10772.html>
2. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432018>

### Дополнительная

1. Лавров И.А., Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Электронный ресурс] / Лавров И.А., Максимова Л.Л. - 5-е изд., исправл. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - ISBN 5-9221-0026-2 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100262.html>
2. Перемитина, Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Т. О. Перемитина. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2016. — 132 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/72121.html>

### Учебно-методическая

1. Математическая логика и теория алгоритмов : методические указания к самостоятельной работе / сост. И. А. Седых. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014. — 25 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55106.html>

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### Раздел 1. Основы вычислимости и теории сложности.

#### Тема.1 Вычислимость, разрешимость, перечислимость.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432018> чтение теории: С 9-14, практика: С. 15-16
2. Математическая логика и теория алгоритмов : методические указания к самостоятельной работе / сост. И. А. Седых. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014. — 25 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55106.html>, чтение теории: С: 125-128

#### Тема.2 Класс NP, его свойства, сложностные функции и их характеристики.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432018> чтение теории: С 99-121, практика: С. 132-133
2. Балюкевич, Э. Л. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, Л. Ф. Ковалева. — М. : Евразийский открытый институт, 2009. — 188 с. — ISBN 978-5-374-00220-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/10772.html>, чтение теории 47-59, практика: 65-67

#### Тема.3 Теорема о неподвижной точке. Понятие о машине Тьюринга

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Перемитина, Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Т. О. Перемитина. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2016. — 132 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/72121.html>. Чтение теории: С. 108-113, практика: С. 113-115
2. Балюкевич, Э. Л. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, Л. Ф. Ковалева. — М. : Евразийский открытый институт, 2009. — 188 с. — ISBN 978-5-374-00220-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/10772.html>. Чтение теории: С. 81-85, практика: 86-87

#### Тема.4 Моделирование машин Тьюринга

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Математическая логика и теория алгоритмов : методические указания к самостоятельной работе / сост. И. А. Седых. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014. — 25 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55106.html>, практика: С: 18-20
2. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432018> чтение теории: С 135-142, практика: С. 142-143

## Контрольные вопросы по разделу 1

1. Определение классов разрешимых и полиномиально-разрешимых языков. Пример таких языков.
2. Перечислимые языки. Теорема Поста.
3. Понятие RE – класса, эквивалентность трёх определений.
4. Существование вычислимого, но не разрешимого языка. Построение языка, не распознающегося ни одним алгоритмом.
5. NP-языки. NP - Полнота задачи об ограниченной остановке.
6. Теорема Успенского-Райса. Последовательность Шпеккера.
7. Функции сложности вычислений. Теорема о существовании сложно вычисляемых функций. Теорема Блюма.
8. Теорема о неподвижной точке. Понятие машины Тьюринга.
9. Неразрешимость задачи Поста.
10. Нижняя оценка на палиндром на одноленточной машине Тьюринга.
11. Задача Circuit-SAT, сведение Circuit-SAT к 3SAT.

## Задачи для самостоятельной работы по разделу 1

1. Покажите, что язык  $\Sigma = \emptyset$  разрешим.
2. Покажите, что если  $\Sigma = Q$ , то  $\Sigma \in NP$ , предоставьте сертификат.
3. Постройте сведение  $L \in RE$  к H (Holding problem).
4. Предоставьте сертификат для Bounded Holding Problem.
5. Покажите, что перечислимо  $M \in \mathbb{N} \Leftrightarrow M$  - область значений вычислимой функции
6. В теореме Клини постройте соответствие  $u(\#t) \sim h(u(\#t))$
7. Опишите проверку слова на палиндром на 1-ленточной машине Тьюринга в  $\Sigma = \{0,1\}$ .

## Раздел 2. Иерархия в теории сложности.

### Тема.1 Вычислимость и выразимость в арифметике.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432018> чтение теории: С 153-158
2. Балюкевич, Э. Л. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, Л. Ф. Ковалева. — М. : Евразийский открытый институт, 2009. — 188 с. — ISBN 978-5-374-00220-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/10772.html>. Чтение теории: С. 72-75, практика: 75-81

### Тема.2 Вопросы арифметической иерархии.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432018> чтение теории: С 144-145, 146-149 практика: С. 145-146

- Лавров И.А., Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Электронный ресурс] / Лавров И.А., Максимова Л.Л. - 5-е изд., исправл. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - ISBN 5-9221-0026-2 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100262.html>, чтение теории: С.116-117, практика: 117-123

### Тема.3 $P$ vs $NP$ с оракулами. Иерархии по времени

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

- Лавров И.А., Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Электронный ресурс] / Лавров И.А., Максимова Л.Л. - 5-е изд., исправл. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - ISBN 5-9221-0026-2 - Режим доступа: <ftp://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100262.html>, чтение теории: С.148-149, практика: 149-154
- Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432018> чтение теории: С 176-179, практика: С. 179-185

### Тема.4 Полиномиальная иерархия

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

- Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432018> чтение теории: С 195-200, 203-208, практика: С. 200-203

## Контрольные вопросы по разделу 2

- Арифметические множества и функции. Китайская теорема об остатках.
- Теорема Тарского.
- Первая теорема Гёделя о неполноте.
- Понятие Колмогоровской сложности, ее невычислимость.
- Оракульная машина Тьюринга, её свойства.
- Теорема Мучника-Фридберга о несравнимых по Тьюрингу множествах.
- Полиномиальная сводимость.
- Классы  $DTIME[s(n)]$ ,  $NDTIME[s(n)]$ ,  $NSpace[s(n)]$
- Простейшие свойства, полные задачи в  $\Sigma P_i$  и в  $PP_i$ .

## Задачи для самостоятельной работы по разделу 2

- Предъявите формулу для задания предиката  $x = y^4$  в арифметике.
- Покажите, что верна иерархия Клини  $\Pi_k \subseteq \Sigma_{k+1}$ .
- Покажите, что предикат  $\exists y \forall x (y = x \rightarrow \exists z (z \times y = t))$  является арифметическим.
- Покажите, что если  $\exists$  система доказательств, что язык  $L$  - перечислим.
- Докажите принцип несжимаемости для Колмагоровской сложности.
- Предъявите более компактный способ хранения конструкции  $(x, y)$ , чем  $(\hat{x}01y)$ .  
Подсчитайте Колмагоровскую сложность.
- Дайте нижнюю оценку работы универсальной машины Тьюринга.
- Покажите, что если  $L \in NDTIME(n^d)$ , то  $L \in NP$